



INSTITUT FÜR INFORMATIK VII
ROBOTIK UND TELEMATIK

Addendum

Sven Jörissen

Oktober 2015

Erstgutachter: Prof. Dr. Andreas Nüchter
Betreuer: MSc. Dorit Borrmann

Odometrieberechnung für ein Fahrzeug mit Ackermannlenkung

In den Experimenten der Bachelorarbeit [Jö15] zeigt sich in Kapitel 5.3 ein Offset zwischen den Odometriedaten des Volksbot Ackermann Lenkung und der Referenz aus den iSpace Messungen. Diese ist begründet durch eine falsche Annahme für den Bezugspunkt der Odometriebestimmung. Die in Kapitel 3.5 präsentierte Odometrieberechnung bezieht sich nicht, wie in Abbildung 3.5 dargestellt, auf den Mittelpunkt der Vorderachse sondern auf den Mittelpunkt der Hinterachse für ein Fahrzeug mit Vorderradantrieb. Aus diesem Grund werden im Folgenden die verschiedenen Kinematikmodelle und die daraus resultierende Odometrie für einen Ackermann-gesteuerten Roboter erläutert.

Die Gleichungen stammen aus [Lau98] und beziehen sich auf Abbildung 1. Abbildung 1(a) zeigt das zugrunde gelegte Modell eines Roboters mit Ackermannlenkung. x und y stehen für die Koordinaten des Roboters mit Bezugspunkt auf der Hinterachse, x_f und y_f beziehen sich auf die Vorderachse (engl.: *front axis*). l bezeichnet den Radstand des Roboters. θ steht für die Ausrichtung des Roboters relativ zur x-Achse, Φ ist der Lenkwinkel des virtuellen Rades und δ ist die Ausrichtung des virtuellen Rades relativ zur x-Achse. Somit gilt $\delta = \theta + \Phi$. Abbildung 1(b) zeigt in grober Darstellung die Änderung der Pose des Roboters bei einer Kurvenfahrt. Der Roboter ist schematisch durch seine Längsachse und das virtuelle Vorderrad (magenta) gekennzeichnet. Die Normalen auf das virtuelle Hinterrad R_h treffen sich mit den Normalen auf das virtuelle Vorderrad mit Radius R_v im ICC (Instantaneous Center of Curvature). Somit ist die Ackermann Bedingung erfüllt, die gleitungsfreies Rollen ermöglicht. Der Winkel δ_1 bezeichnet die Ausrichtung des Roboters relativ zur x-Achse im Zeitpunkt $t = 1$, analog dazu steht δ_2 . d_h bezeichnet den zurückgelegten Weg des Hinterrads (blau), d_v den zurückgelegten Weg des Vorderrads (rot). Der eigentlich zurückgelegte Weg ist die Länge des Kreisbogens, jedoch nähert sich diese, für genügend kleine Iterationsschritte, der Länge der Kreissehne an.

Für ein Ackermannfahrzeug mit Hinterradantrieb können zur Positionsbestimmung die gleichen Bedingungen wie bei einem Einrad verwendet werden. Somit gelten

$$\dot{x} = \cos \theta \cdot v_h \text{ und } \dot{y} = \sin \theta \cdot v_h \quad (1)$$

mit v_h als Geschwindigkeit des hinteren, virtuellen Rades. Die Änderung der Ausrichtung des Roboters relativ zur x-Achse berechnet sich nach

$$\dot{\theta} = \omega_h = \frac{v_h}{R_h} = \frac{v_h}{\frac{l}{\tan \Phi}} = \frac{\tan \Phi}{l} \cdot v_h. \quad (2)$$

Somit gilt für die Pose zum Zeitpunkt $t = 2$

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + \cos \theta_1 \cdot v_h \\ y_2 &= y_1 + \sin \theta_1 \cdot v_h \\ \theta_2 &= \theta_1 + \frac{1}{l} \cdot \tan \Phi \cdot v_h. \end{aligned} \quad (3)$$

Für $\Phi = 90^\circ$ ist dieses kinematische Modell nicht stetig, da die Tangensfunktion hier nicht definiert ist. Für ein Ackermannfahrzeug mit Vorderradantrieb ändert sich das kinematische

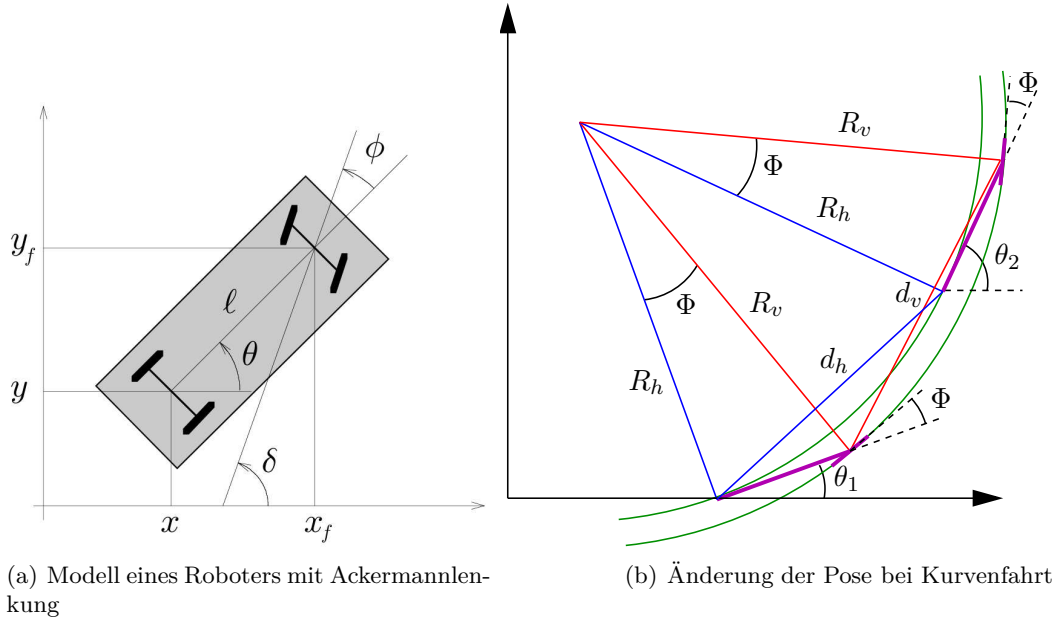


Abbildung 1: Bestimmung der Odometriegleichungen

Modell zu

$$\begin{aligned}
 x_2 &= x_1 + \cos \theta \cdot \cos \Phi \cdot v_v \\
 y_2 &= x_1 + \sin \theta \cdot \cos \Phi \cdot v_v \\
 \theta_2 &= \theta_1 + \frac{1}{l} \cdot \sin \Phi \cdot v_v \quad (\text{analog zu Gl. 2})
 \end{aligned} \tag{4}$$

mit v_v als Geschwindigkeit des vorderen Rades. Da der Bezugspunkt der Position nach wie vor auf der Hinterachse liegt, muss

$$\cos \Phi = \frac{R_h}{R_v} \tag{5}$$

als Skalierungsfaktor eingesetzt werden. Dieses Modell ist für alle Lenkwinkel stetig, da die Sinusfunktion für alle Winkel definiert ist. Da es sich bei dem in der Arbeit verwendeten Modell um ein Ackermannfahrzeug mit Vorderradantrieb handelt und sich die zur Odometrie berechnung notwendigen Inkrementalgeber an den Vorderrädern befinden, muss eine Koordinatentransfor-

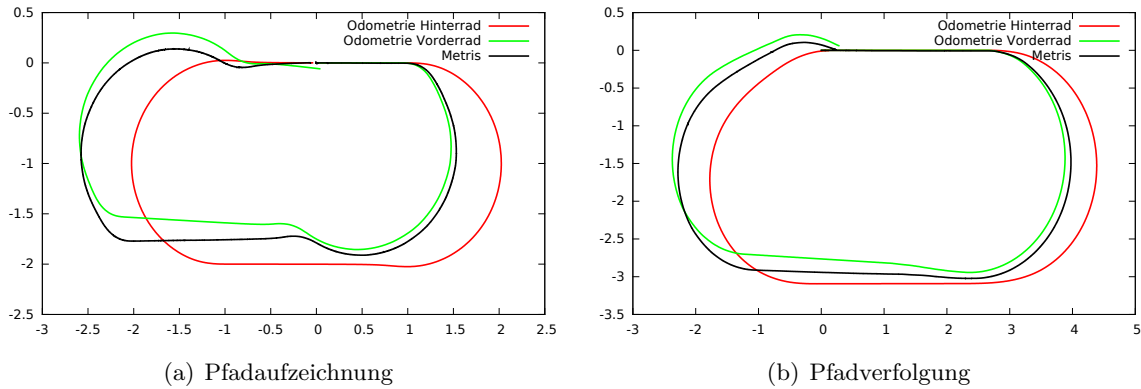


Abbildung 2: Vergleich der Odometrieberechnung mit Bezugspunkt auf Vorder- und Hinterachse

mation durchgeführt werden. Somit ergibt sich das folgende kinematische Modell

$$\begin{aligned}
 x_{f,2} &= x_{f,1} + \cos \delta_1 \cdot v_v \\
 y_{f,1} &= y_{f,1} + \sin \delta_1 \cdot v_v \\
 \theta_2 &= \theta_1 + \frac{1}{l} \cdot \sin \Phi \cdot v_v
 \end{aligned} \tag{6}$$

mit $\delta_1 = \theta_1 + \Phi$.

Der Unterschied zwischen der Odometrieberechnung mit den Bezugspunkten Vorder- und Hinterachse ist in Abbildung 2 dargestellt. 2(a) zeigt die Odometrieberechnung für einen manuell gefahrenen Pfad, 2(b) zeigt die Odometrieberechnung für eine Pfadverfolgung, wie sie in [Jö15], Kapitel 3.7 beschrieben ist. Da die Sensoren von Metris [Nik14] auf der Vorderachse angebracht waren, lässt sich der Offset zwischen den Metrisdaten und den Odometriedaten für das Hinterrad (rot, nach Formeln 4) erklären. Die korrigierten Berechnungen (grün, nach Formeln 6) zeigen deutlich geringere Abweichung. Die hierbei auftretenden Fehler sind systematisch und können, wie in [Jö15], Kapitel 3.4 erläutert, minimiert werden. Die Metrisdaten werden in jedem Plot als sogenannte *Ground Truth*, also die tatsächlich korrekte Trajektorie, angenommen. Da die Platzierung der Sensoren von Metris auf dem Gehäuse des Roboters erfolgt und der Bezugspunkt der Odometrieberechnung sich auf der virtuellen Spurstange befindet, stimmen die Koordinatensysteme beider Berechnung nicht exakt überein. Durch eine Koordinatentransformation lässt sich dieses Problem lösen. Für die Experimente zur Überprüfung der Genauigkeit der Odometrie wurde auf diese Transformation verzichtet, da der Fehler, der durch die Abweichung der Koordinatensysteme entsteht, die benötigte Genauigkeit der Messungen nur gering beeinflusst.

Abbildung 3(a) zeigt die Abweichungen der Berechnungen im Vergleich, Abbildung 3(b) zeigt die Abweichung der korrekten Berechnung von der wahren Trajektorie. Eine maximale Abweichung von 0.35 m gegenüber 1,2 m macht nochmals deutlich, welchen Fehler die Annahme eines falschen Bezugspunktes verursacht.

Abschließend kann gesagt werden, dass die Odometrieberechnung des Roboters durch die Verwendung der korrekten Formeln verbessert worden ist. Um die Qualität der Berechnung zu

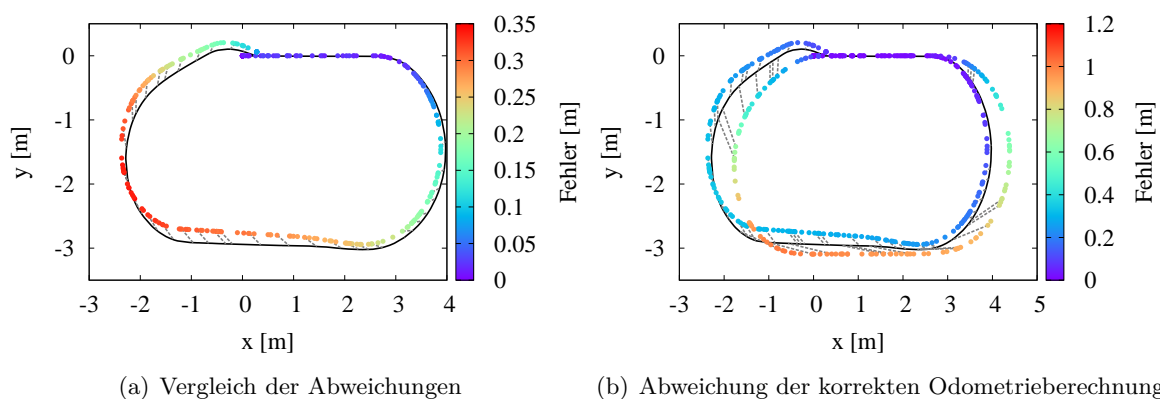


Abbildung 3: Abweichung der Odometrieberechnungen von der wahren Trajektorie

prüfen wäre ein Vergleich mit der Odometrie eines Roboters mit Differentialantrieb sinnvoll. Hierbei können die Vorteile der Ackermannlenkung im Bezug auf die Odometrie hervorgehoben werden.

Literaturverzeichnis

- [Jö15] JÖRISSEN, Sven: *Implementierung eines Controllers zur Steuerung eines mobilen Roboters mit virtueller Spurstange*, Universität Würzburg, Bachelorarbeit, 2015
- [Lau98] *Kapitel* Feedback Control of a Nonholonomic Car-Like Robot, Sektion 2.1. In: LAUMOND, J.-P. (Hrsg.): *Robot Motion Planning and Control*. Springer-Verlag London Limited, 1998, S. 179 – 182
- [Nik14] NIKON METROLOGY: *iSpace – Portable Metrology System User Manual and Startup Guide*. <http://www.nikonmetrology.com>, July 2014